Übung Lineare Optimierung SS 2006 Blatt 2

1. Formulieren Sie das folgende Problem als lineares Optimierungsproblem:

   Für eine gegebene endliche Menge von Punkten in der Ebene soll ein Kreisring mit kleinster Fläche berechnet werden, der die Menge enthält.

   Wie viele Restriktionen und wie viele Variablen hat das lineare Optimierungsproblem?

2. Gesucht ist die maximale Anzahl von weißen Damen, die auf einem Schachbrett stehen können, so dass keine Dame eine andere schützt. Dabei stehen keine weiteren Figuren auf dem Brett.

   (a) Formulieren Sie das Problem als lineares Optimierungsproblem!

   (b) Muß man die Ganzzahligkeit der Lösung separat fordern, oder folgt diese automatisch?

3. Für welche Werte von λ besitzt das lineare Optimierungsproblem

$$\lambda x_1 - x_2 \to \max \qquad \text{bei} \qquad \begin{aligned} x_1 + 3x_2 - x_3 &= 3 \\ 2x_2 - 2x_3 &\leq 8 \\ x_i &\geq 0, \quad i = 1, ..., 3 \end{aligned}$$

   keine optimale Lösung? Lösen Sie die Aufgabe graphisch (im $\mathbb{R}^2$)!

4. Überführen Sie die folgenden linearen Optimierungsprobleme jeweils in ein Problem vom Typ 1 (LOP1), Typ 2 (LOP2) und Typ 3 (LOP3)! Geben Sie dabei jeweils die Matrix A und die Vektoren c, x und b an!

   (a) Das lineare Optimierungsproblem aus Aufgabe 3.

   (b) Das Problem aus Aufgabe 3 bei Weglassen der Vorzeichenrestriktionen.

   (c) Für $d_1, ..., d_4, e_1, ..., e_8, f_1, f_2 \in \mathbb{R}$ das Problem

$$\sum_{j=1}^{4} d_j x_j \to \max \qquad \text{bei} \qquad \sum_{j=1}^{4} e_j x_j = f_1, \quad \sum_{j=1}^{4} e_{j+4}\ x_j \geq f_2, \quad x_4 \leq 0 \leq x_1.$$