



Halle, 18. April 2006

Programmiersprachen (SS 2006)

Übungsserie 3

Aufgabe 1 (Fixpunktoperator)

Der Term ZZ mit $Z = \lambda z. \lambda x. x(z z x)$ ist ein Fixpunktoperator.
Zeigen Sie es.

Aufgabe 2 (Darstellung natürlicher Zahlen)

Beweisen Sie mit der in der Vorlesung gegebenen Funktion succ :

$$\text{succ}^n 0 = \lambda f x. f^n x, n \in \mathbb{N}$$

Aufgabe 3 (Reihenfolge der Reduktionen)

- a. Reduzieren Sie den folgenden Ausdruck nach der leftmost-outermost-Strategie (normale Reduktion) und führen Sie jeden Reduktionsschritt auf.

Geben Sie zuerst für den angegebenen Ausdruck alle Redexe an, indem Sie die Terme unterstreichen, auf die eine β - bzw. η -Reduktion angewandt werden kann.

$$(\lambda x. (\lambda f. \lambda x. f x)) ((\lambda y. \lambda z. x) x) z y$$

- b. Reduzieren Sie den folgenden Ausdruck. Verwenden Sie die leftmost-innermost-Strategie (applikative Reduktion) und führen Sie jeden Reduktionsschritt auf. Geben Sie zuerst alle Redexe an.

$$(\lambda z. (\lambda x. x) z z) (\lambda y. (\lambda x. x ((\lambda f. x) g))) y$$

Aufgabe 4 (Rechnen im λ -Kalkül)

Mit den in der Vorlesung definierten Funktionen berechnen Sie folgende λ -Terme und verdeutlichen Sie sich so ihre Funktionsweise:

- a. not true
b. and false true

c. or false false

d. if false A B

Aufgabe 5 (Funktionsdefinition)

Die Addition und Multiplikation wurden in der Vorlesung durch **fun plus** und **fun times** definiert.

- a. Zeigen Sie, daß gilt: $n \text{ (plus } m) 0 = \text{times } n m$.
- b. Finden Sie einen λ -Ausdruck für das Potenzieren.

Aufgabe 6 (Multiplikation)

Im λ -Kalkül ist die Multiplikation definiert als **fun times** = $\lambda m n.n \text{ (plus } m) 0$. Rechnen Sie nach! Verwenden Sie die Darstellung der natürlichen Zahlen und die Definition von **plus** aus der Vorlesung.

- a. $m \cdot 0 = 0$
- b. $m \cdot 1 = m$
- c. $m \cdot 2 = 2m$