



Ausgabe: 2006-05-24

Abgabe: 2006-05-30

## Synthese, Test und Verifikation digitaler Systeme

### Grundlagen

#### Aufgabe 1 (Punkte: 0)

Der naive Symmetrietest wurde durch das Lemma: „Die Boolesche Funktion  $f$  ist genau dann in  $\{x_i, x_j\}$  symmetrisch, wenn  $f_{x_i x'_j} = f_{x'_i x_j}$  gilt.“ beschrieben.

Zeigen Sie die Gültigkeit dieser Aussage.

#### Aufgabe 2 (Punkte: 0)

Überlegen Sie sich einen Algorithmus, der zu einer gegebenen unvollständig spezifizierten Booleschen Funktion  $f : D \rightarrow \{0, 1\}$  mit  $D \subseteq \{0, 1\}^n$  für ein  $n \in \mathbf{N}$  und zwei gegebenen Booleschen Variablen  $x_i$  und  $x_j$ , über denen  $f$  definiert ist, entscheidet, ob  $f$  symmetrisch in  $x_i$  und  $x_j$  ist. Gehen Sie bitte davon aus, dass  $f$  durch zwei BDDs gegeben ist, nämlich durch den BDD  $\chi_{ON}$  der charakteristischen Funktion der ON-Menge

$$ON(f) = \{\alpha \in \{0, 1\}^n; \alpha \in D \text{ und } f(\alpha) = 1\}$$

von  $f$  und durch den BDD der charakteristischen Funktion  $\chi_{OFF}$  der OFF-Menge

$$OFF(f) = \{\alpha \in \{0, 1\}^n; \alpha \in D \text{ und } f(\alpha) = 0\}$$

von  $f$ .

Welche Laufzeitkomplexität hat Ihr Verfahren?

#### Aufgabe 3 (Punkte: 0)

Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Behauptung:

„Jede Boolesche Funktion aus  $\mathbf{B}_n$  kann durch ausschließliche Verwendung der EXOR-Funktion  $\oplus \in \mathbf{B}_2$  und der konstanten Funktion  $\mathbf{1}$  beschrieben werden.“

#### Aufgabe 4 (Punkte: 0)

Es sollen die folgenden Notationen gelten:

$D_n$  := Menge aller Teiler von  $n \in \mathbf{N}$

$a + b$  := kleinstes gemeinsames Vielfaches  $kgV(a, b)$  von  $a$  und  $b$

$a \cdot b :=$  größter gemeinsamer Teiler  $ggT(a, b)$  von  $a$  und  $b$

$a' := \frac{n}{a}$

Zeigen Sie, daß  $(D_{60}, +, \cdot, ')$  keine Boolesche Algebra bildet.

**Aufgabe 5 (Punkte: 0)**

Zeigen Sie, dass es ein  $k \in \mathbf{N}$  gibt, sodass  $(\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}, \leq)$  keine Boolesche Algebra bildet. " $\leq$ " bezeichnet hierbei der Vergleich "kleiner gleich" ganzer Zahlen.