Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Fachbereich Mathematik und Informatik
Lehrstuhl für Technische Informatik

Prof. P. Molitor

Ausgabe: 2006-06-06

Abgabe: 2006-06-13

Synthese, Test und Verifikation digitaler Systeme

Zweistufige Logiksynthese (Fortsetzung)

Aufgabe 1 (Punkte: 0)

Sei $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ eine vollständig spezifierte Boolesche Funktion über den n Eingängen $x_1, \ldots, x_n$ und $p = x_{i_1}^{\epsilon_1} + \ldots + x_{i_k}^{\epsilon_k}$ ein Polynom von f, das aus $k \leq n$ Implikanten der Länge 1 besteht, mit $x_{i_s} \neq x_{i_t}$ für $s \neq t$.

a) Zeigen Sie, dass p ein Minimalpolynom von f ist.

b) Ist das Minimalpolynom von f eindeutig bestimmt? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 2 (Punkte: 0)

Gegeben sei die Boolesche Funktion $carry_n : \{0,1\}^{2n} \to \{0,1\}$, die den Übertrag bei der n-stelligen binären Addition berechnet. Formal ist diese Boolesche Funktion definiert durch:

$$\forall \alpha, \beta \in \{0,1\}^n : \quad carry_n(\alpha, \beta) = 1 \iff \sum_{i=0}^{n-1} (\alpha_i + \beta_i) 2^i \geq 2^n$$

a) Berechnen Sie mittels rekursiver Berechnung (durch Anwendung der dritten, in der Vorlesung vorgestellten Charakterisierung von Primimplikanten) die vollständige Summe von $carry_3$. Hierzu müssen Sie sich in einem ersten Schritt ein Polynom für $carry_3$ überlegen.

b) Schätzen Sie die Größe eines Minimalpolynoms von $carry_n$ für alle $n \in \mathbf{N}$ ab.

Aufgabe 3 (Punkte: 0)

Seien $\alpha, \beta \in \{0,1\}^n$ zwei benachbarte Knoten des n dimensionalen Würfels. Seien weiter m_α und m_β zwei Monome mit $\phi(m_\alpha)(\alpha) = 1,\ \phi(m_\alpha)(\beta) = 0$ und $\phi(m_\beta)(\alpha) = 0,\ \phi(m_\beta)(\beta) = 1$.

a) Zeigen Sie, dass die Kante, die α mit β im n-dimensionalen Würfel verbindet, im Consensus von m_α und m_β enthalten ist.

b) Zeigen Sie, dass es zu jedem Knoten $\gamma \in \{0,1\}^n$, der im Consensus von m_α und m_β enthalten ist, ein Knoten $\theta \in \{0,1\}^n$ mit

- die Hamming-Distanz zwischen γ und θ ist 1.

- $\phi(m_\alpha)(\gamma) = 1,\ \phi(m_\alpha)(\theta) = 0$ und $\phi(m_\beta)(\gamma) = 0,\ \phi(m_\beta)(\theta) = 1$ (oder umgekehrt)

gibt

Sie können o.B.d.A. annehmen, dass $\alpha = (0, 1, \ldots, 1)$, $\beta = (1, 1, \ldots, 1)$ und $\gamma = (0, \gamma_2, \ldots, \gamma_n)$ gilt.