Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger
Dr. R. Winter
Dipl.-Math. R. Mazala

D–06120 Halle (Saale)
Von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714
Tel. 0345/55 24738
Tel. 0345/55 24736

3. Übung zur Vorlesung „Informatik IV“
Sommersemester 2003 22.4.2003

Abgabe: Dienstag, den 29.4.2003 vor der Klausur

Hinweis zu den bewerteten Aufgaben:
Alle Aussagen (in sämtlichen Lösungen) sind zu begründen bzw. zu beweisen.

Aufgabe 3.1: (1+2 Punkte)

Es sei $L \subseteq X^*$ und $u, v, w \in X^*$.
Zwei Wörter $u, v \in X^*$ sind in Nerode-Relation $(u \sim_L v) \Longleftrightarrow$
$\forall w (uw \in L \leftrightarrow vw \in L)$.

(a) Beweisen Sie, dass $\sim_L$ rechtsstabil bzgl. $\cdot$ ist, d.h. aus $u \sim_L v$ folgt $uw \sim_L vw$ für beliebiges $w \in X^*$.

(b) Finden Sie eine Äquivalenzrelation über X^*, die nicht rechtsstabil bzgl. $\cdot$ ist (mit Nachweis).

Aufgabe 3.2: (3 + 3 Punkte)

Beweisen Sie mit Nerode-Rechtskongruenz, dass

(a) $L_1 = \{a^n b^m c^r : n, m, r \geq 1\}$ durch einen NEA akzeptiert werden kann,

(b) $L_2 = \{ww^R : w \in \{0,1\}^*\}$ durch keinen NEA akzeptiert werden kann.
Bemerkung: Für $w = x_1 x_2 ... x_n$ ist $w^R = x_n x_{n-1} ... x_1$.

Aufgabe 3.3: (5 + 1 Punkte)

(a) Gegeben sei die Sprache $L_3 = \{w : \ w \in \{1,2\}^* : w \text{ endet mit } 11\}$. Geben Sie alle Äquivalenzklassen von $\sim_{L_3}$ an und konstruieren Sie daraus den minimalen DEA zur Erkennung von L_3.

(b) Sind zueinander äquivalente - d.h. bei gleichem Eingabealphabet die gleiche Sprache erkennende - minimale vollständige deterministische endliche Automaten zueinander isomorph? (mit Begründung)

Bitte wenden!

Aufgabe 3.4: (3+2 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Nerode-Äquivalenzklassen der Sprache $L_4 = \{112w211 : w \in \{0\}^*\}$.

(b) Es sei $w \in X^*$. Bestimmen Sie die Zahl der Nerode-Äquivalenzklassen der Sprache $L_5 = X^*w$.

Selbsttestaufgaben - unbewertet

Aufgabe 3.5: (0 Punkte)

Geben Sie einen NEA an, der alle durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen akzeptiert.

Aufgabe 3.6: (0 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Sprache $L_6 = \{ww : w \in \{a,b\}^*\}$ durch keinen endlichen Automaten erkannt werden kann.

Aufgabe 3.7: (0 Punkte)

Geben Sie einen DEA an, der die Sprache $L_7 = \{0110, 101, 11110\} \cup \{1^n : \ n \geq 1\}$ erkennt.

Aufgabe 3.8: (0 Punkte)

Entwickeln Sie einen Algorithmus, der in einem beliebigen NEA $\mathbf{G} = (X, Z, \delta, z_0, F)$ alle unerreichbaren Zustände aus Z streicht. Geben Sie die Laufzeit in Abhängigkeit von $|X|$ und $|Z|$ an.

Die Übungsblätter und weitere Informationen zur Informatik IV finden Sie unter:
http://www.informatik.uni-halle.de/˜winter/THEOaktuell.html

Email: {`staiger,winter,mazala`}`@informatik.uni-halle.de`