Institut für Informatik
Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg
Prof. Dr. L. Staiger
Dr. R. Winter
Dipl.-Math. R. Mazala

D–06120 Halle (Saale)
Von-Seckendorff-Platz 1
Tel. 0345/55 24714
Tel. 0345/55 24738
Tel. 0345/55 24736

7. Übung zur Vorlesung „Informatik IV“
Sommersemester 2003 27.5.2003

Abgabe: Dienstag, den 3.6.2003 vor der Vorlesung

Hinweis zu den bewerteten Aufgaben:
Alle Aussagen (in sämtlichen Lösungen) sind zu begründen bzw. zu beweisen.

Aufgabe 7.1: (3 Punkte)

Beweisen Sie mit dem Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen, dass die Sprache $L_1 = \{4^i 2^j 3^i 1^j : \ i \geq 1 \wedge j \geq 1\}$ nicht kontextfrei ist.

Aufgabe 7.2: (4 Punkte)

Auch für reguläre Sprachen gibt es ein Pumping-Lemma:
Es sei L eine reguläre Sprache und $|\overline{w}|$ die Länge von $\overline{w} \in X^*$. Dann gibt es eine Konstante n, so dass sich jedes Wort $\overline{w} \in L$ mit $|\overline{w}| \geq n$ in drei Teile zerlegen lässt, d.h. $\overline{w} = uvw$, wobei $|uv| \leq n$ und $|v| \geq 1$ gilt und uv^iw für alle $i \geq 0$ auch in L ist.
Beweisen Sie das Pumping-Lemma für reguläre Sprachen.
Hinweis:
Gehen Sie von einem endlichen Automaten aus und bringen Sie die Konstante n mit der Zustandsanzahl des Automaten in Verbindung.

Aufgabe 7.3: (3 + 4 Punkte)

(a) Beweisen Sie: Wenn L eine kontextfreie Sprache ist, so ist auch $L^R = \{w : w^R \in L\}$ kontextfrei.

(b) Geben Sie für $L_4 = \{xx^R0y3y^R : x, y \in \{1,2\}^*\}$ und für L_4^R jeweils einen die Sprache akzeptierenden Kellerautomaten an.

Aufgabe 7.4: (2+4 Punkte)

Beweisen Sie, dass die kontextfreien Sprachen nicht abgeschlossen sind unter

(a) Komplementbildung,

(b) Anwendung des Operators *MIN*.
$MIN(L) = \{w \in L : \ \text{kein echtes Präfix von w ist in } L\}$
Hinweis: Kontextfreiheit von $L = \{0^i 1^j 2^k : \ 1 \leq i \leq k \wedge j \geq 1 \vee 1 \leq j \leq k \wedge i \geq 1\}$ zeigen und $MIN(L)$ betrachten.

Selbsttestaufgaben - unbewertet

Aufgabe 7.5: (0 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S\}, \{1, +, *, (,)\}, \{S \rightarrow (S)|S + S|S * S|, 1\}, S)$. Ist G eindeutig? (Begründung)

Aufgabe 7.6: (0 Punkte)

Gegeben sei folgende Grammatik $G = (\{[,]\}, \{S, X\}, S, P)$ mit $P = \{S \rightarrow SX, S \rightarrow [S], S \rightarrow [], X \rightarrow SX, X \rightarrow [X, X \rightarrow]\}$. Zeigen Sie, dass diese Grammatik mehrdeutig ist.

Aufgabe 7.7: (0 Punkte)

Beweisen Sie, dass jede reguläre Sprache durch eine kontextfreie Grammatik beschrieben werden kann.

Aufgabe 7.8: (0 Punkte)

Finden Sie eine kontextfreie Grammatik in CNF zur Erzeugung der Sprache aller Wörter über $\{0, 1\}$ mit n Einsen und $n + 2$ Nullen ($n \in N$).

Email: {staiger,winter,mazala}@informatik.uni-halle.de