



Halle, 12. April 2006

Programmiersprachen (SS 2006)
Übungsserie 2

Aufgabe 1 (Freie und gebundene Variablen)

Bestimmen Sie für die folgenden λ -Ausdrücken die freien und gebundenen Variablen. Verbinden Sie jede gebundene Variable mit dem dazugehörenden λ -Operator.

- a. $x y$
- b. $\lambda x.y$
- c. $\lambda f.(\lambda x.f(x x)(\lambda x.f(x x)))$
- d. $(\lambda x.x z)(\lambda x.y x)$
- e. $(\lambda z.(\lambda x.\lambda y.y) z z z)((\lambda x.\lambda y.x)(\lambda x.x x)z)$
- f. $(\lambda f.\lambda g.\lambda x.g(f x))(\lambda x.z)(\lambda y.y) z$

Aufgabe 2 (Substitution)

Geben Sie jeweils das Ergebnis der folgenden Substitutionen an:

- a. $x[x/y]$
- b. $(\lambda x.x y)[y/x]$
- c. $(\lambda x.x y)[x/y]$
- d. $((\lambda x.x y)(\lambda z.z x))[x/y]$
- e. $(\lambda f.\lambda g.\lambda x.g(f x z))[x/z][f/g]$

Aufgabe 3 (β -Reduktion)

Transformieren Sie folgende λ -Ausdrücke, soweit wie möglich, mit der Regel für die β -Reduktion:

- a. $(\lambda x y. x)(\lambda x y. x)$
- b. $(\lambda x y z. x z (y z))(\lambda x y. x)(\lambda x y. x)$
- c. $\lambda f. (\lambda x. f (x x))(\lambda x. f (x x))$

Aufgabe 4 (Normalform)

Gegeben sind folgende Funktionen:

fun I = $(\lambda x. x)$

fun K = $(\lambda x y. y)$

fun S = $(\lambda x y z. (x z)(y z))$

Leiten Sie die Normalform, falls möglich, für die Terme IIK, IKS und SIKK her. Geben Sie, (falls möglich), jeweils 2 Wege zur Normalform an.